第１問

問１　小球はばねの自然長で物体から離れるので、求める速さをvとして、力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}kd^2=\frac{1}{2}(M+m)v^2$$

$$\therefore\ \ \underline{v=d\sqrt{\frac{k}{M+m}}}$$

問２　求める振幅をAとして、小球が物体から離れた後の力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}Mv^2=\frac{1}{2}kA^2$$

$$\therefore\ \ A=v\sqrt{\frac{M}{k}}=\underline{d\sqrt{\frac{M}{M+m}}}$$

問３　各段ではね返った直後の鉛直方向の速さがev_Nなので一度のはね返りで失う運動エネルギーΔUは

$$\Delta U=\frac{1}{2}m{v_N}^2-\frac{1}{2}m(ev_N)^2=\underline{\frac{1}{2}(1-e^2)m{v_N}^2}$$

問４　はね返った後、高さがhだけ低い次の段におけるはね返りの直前の鉛直方向の速さがv_Nであればよいので、水平方向の運動エネルギーが変化しないことを考慮して、力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}m(ev_N)^2+mgh=\frac{1}{2}m{v_N}^2$$

$$\therefore\ \ \underline{v_N=\sqrt{\frac{2gh}{1-e^2}}}$$

問５　鉛直方向の速度について、鉛直下向きを正とすると、はね返り直後が$-ev_N$であり、次の段ではね返る直前が$+v_N$の等加速度運動となるので、求める時間をtとして

$$v_N=-ev_N+gt$$

$$\therefore\ \ \underline{t=\frac{(1+e)v_N}{g}}$$

問６　平面から飛び出した直後から床ではね返る直前までの力学的エネルギー保存則より（問４同様、水平方向の運動エネルギーが変化しないことを考慮して）

$$mgh_0=\frac{1}{2}m{v_N}^2$$

問４の結果を代入して

$$\underline{h_0=\frac{h}{1-e^2}}$$

問７　水平方向は等速運動をする。問１の速さv、問５の時間tによって水平方向の移動距離がwとなるので

$$w=vt=d_0\sqrt{\frac{k}{M+m}}\cdot\frac{(1+e)v_N}{g}=d_0\sqrt{\frac{k}{M+m}}\cdot\frac{1+e}{g}\cdot\sqrt{\frac{2gh}{1-e^2}}$$

$$\therefore\ d_0 = w\sqrt{\frac{(1-e)(M+m)g}{2(1+e)kh}}$$

第２問

問１　極板間隔dのコンデンサーの直列つなぎとなるので、その合成容量は

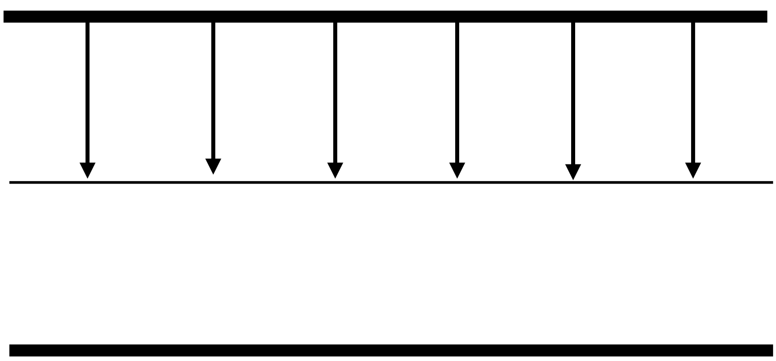
$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{2d}$$

問２　スイッチS_1を開いた後、極板Ｘには$+CV_0$、極板Ｙには$-CV_0$の電荷がたまっている。その後、スイッチS_2を閉じると極板Ｘの電気量は変化しないので、極板Ｙの電荷が金属板Ｚに移動する。よって

$$q = -CV_0$$

問３　図３の極板にたまっている電荷の大きさが$\pm CV_0$であり、状態２における極板Ｘと金属板Ｚにたまっている電荷の大きさも$\pm CV_0$なので、ガウスの法則より極板間の電界の大きさは同じである。また、極板Ｙの電荷は０なので、金属板Ｚと極板Ｙの間の電界は０となる。

よって電界は下図



問４　極板Ｘと金属板Ｚによる平行板コンデンサーの電気容量は$2C$なので、求める静電エネルギーUは

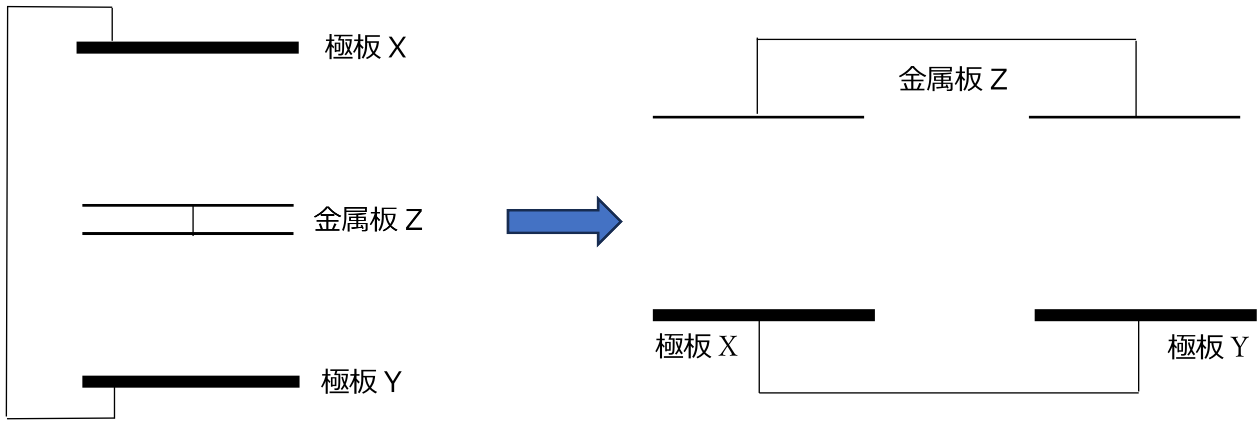
$$U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{4C}$$

問５　求める抵抗で発生した熱量Wは、状態１のコンデンサーの静電エネルギーU'と状態２のコンデンサーの静電エネルギーUとの差なので

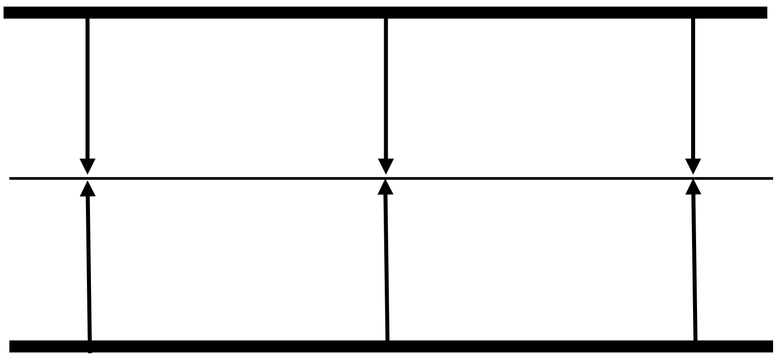
$$W = U' - U = \frac{q^2}{2C} - \frac{q^2}{4C} = \frac{q^2}{4C}$$

問６　状態３において極板Ｘと金属板Ｚ、および極板Ｙと金属板Ｚによるコンデンサーは並列つなぎとなる（図参照）。

このとき極板Ｘの$+CV_0$と金属板Ｚの$-CV_0$の電荷は、左右のコンデンサーに半分ずつ帯電することになる。よって問３同様にガウスの法則より、左右のコンデンサー間の電界の大きさはそれぞれ図３の半分となる。



したがって状態３の電界は下図

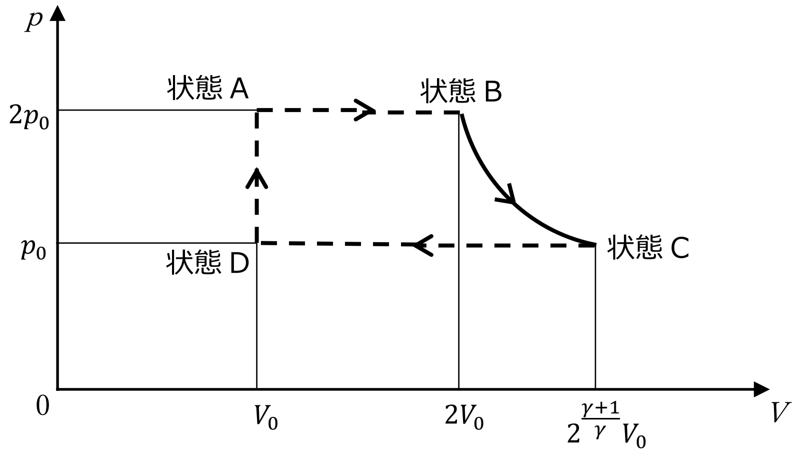


第３問
問１　問５の表記を利用して、過程 a は定圧膨張なので$Q_a > 0$、過程 b は断熱変化なので$Q_b = 0$、過程 c は定圧圧縮なのでQ_c <0、過程 d は定積変化で圧力が増加しているので$Q_d > 0$
よって気体が熱を吸収する過程は　a と d
気体が熱を放出する過程は　c
問２　ポアソンの式より

$$2p_0 \cdot (2V_0)^\gamma = p_0 \cdot {V_C}^\gamma$$

$$\therefore \ V_C = \underline{2^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} V_0}$$

問３　$p-V$グラフは下図



問４　ボイル･シャルルの法則より

$$\frac{2p_0V_0}{T_0}=\frac{2p_0 2V_0}{T_B}=\frac{p_0 2^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}V_0}{T_C}=\frac{p_0V_0}{T_D}$$

よって

$$T_B=\underline{2T_0}\qquad T_C=\underline{2^{\frac{1}{\gamma}}T_0}\qquad T_D=\underline{\frac{1}{2}T_0}$$

問５　過程 a は定圧変化なので

$$Q_a=nC_p(T_B-T_0)=n\gamma C_v(2T_0-T_0)=\underline{n\gamma C_vT_0}$$

過程 b は断熱変化なので

$$Q_b=\underline{0}$$

過程 c は定圧変化なので

$$Q_c=nC_p(T_D-T_C)=n\gamma C_v\left(\frac{1}{2}T_0-2^{\frac{1}{\gamma}}T_0\right)=\underline{-\left(2^{\frac{1}{\gamma}}-\frac{1}{2}\right)n\gamma C_vT_0}$$

過程 d は定積変化なので

$$Q_d=nC_v(T_A-T_D)=nC_v\left(T_0-\frac{1}{2}T_0\right)=\underline{\frac{1}{2}nC_vT_0}$$

問６　このサイクルの外部へなす仕事（正味の仕事）は

$$W=\underline{Q_a+Q_b+Q_c+Q_d}$$

またこのサイクルの熱効率 e は

$$e=\frac{Q_a+Q_b+Q_c+Q_d}{Q_a+Q_d}=\frac{n\gamma C_vT_0+0-\left(2^{\frac{1}{\gamma}}-\frac{1}{2}\right)n\gamma C_vT_0+\frac{1}{2}nC_vT_0}{n\gamma C_vT_0+\frac{1}{2}nC_vT_0}=\frac{3}{13}\fallingdotseq\underline{0.23}$$

第４問

問１　（１）$V=f\lambda$より

$$\lambda=\frac{V}{f}$$

（２）波の相対速度の大きさが$V+v$なので求める個数は

$$\frac{(V+v)t}{\lambda}$$

（３）（１）、（２）より１秒あたりに観測者が受ける波の個数が求める振動数なので

$$f_R=\frac{V+v}{V}f$$

問２　（１）波が進む距離は　$\underline{Vt}$　　　発信源が進む距離は　$\underline{vt}$

（２）$Vt-vt$の距離のなかに$f_R t$個の波が存在するので求める波長λ'は

$$\lambda'=\frac{Vt-vt}{f_R t}=\frac{V-v}{f_R}$$

（３）$V=f'\lambda'$より

$$f'=\frac{V}{\lambda'}=\frac{V}{V-v}f_R$$

問３ 問２（３）に問１（３）を代入して

$$f'=\frac{V}{V-v}f_R=\frac{V}{V-v}\frac{V+v}{V}f$$

$$\therefore\quad v=\frac{f'-f}{f'+f}V$$

問４　問１と同様に、物体で観測される振動数$f_R{}'$は

$$f_R{}'=\frac{V+v\cos\theta}{V}f$$

よって問２と同様に、振動数f''は

$$f''=\frac{V+v\cos\theta}{V-v\cos\theta}f$$

したがって

$$v=\frac{f''-f}{(f''+f)\cos\theta}V$$

問５　正面から測定したとして振動数f''を問３の結果に代入して

$$v_{測}=\frac{f''-f}{f''+f}V$$

実際の速さは問４の結果より

$$v_{真}=\frac{f''-f}{(f''+f)\cos\theta}V=\frac{1}{\cos\theta}v_{測}$$

$0<\cos\theta<1$より$\dfrac{1}{\cos\theta}>1$なので$v_{測}$は$v_{真}$の値より小さい。

また、相対誤差の大きさは

$$\frac{|v_{測} - v_{真}|}{v_{真}} = \frac{v_{真} - v_{測}}{v_{真}} = \frac{\dfrac{1}{\cos\theta} - 1}{\dfrac{1}{\cos\theta}} = \underline{1 - \cos\theta}$$