第１問

問１　離した瞬間の小球の速度は０より、中心方向（糸の方向）は力がつり合うので、求める張力 T_Aは

$$T_A = \underline{mg\cos\theta}$$

問２　点Ａと点Ｂでの力学的エネルギー保存則より

$$mg\cdot 2l(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}m{v_B}^2$$

$$\therefore\ \ v_B = \underline{2\sqrt{gl(1-\cos\theta)}}$$

問３　半径 $2l$ の円運動の運動方程式より、求める張力 T_Bは

$$m\frac{{v_B}^2}{2l} = T_B - mg$$

$$\therefore\ \ T_B = \underline{m\frac{{v_B}^2}{2l} + mg}$$

問４　半径 l の円運動の運動方程式より、求める張力 $T_B{}'$は

$$m\frac{{v_B}^2}{l} = T_B{}' - mg$$

$$\therefore\ \ T_B{}' = \underline{m\frac{{v_B}^2}{l} + mg}$$

問５　点Ｂを通過後、点Ｏより低い位置で小球の速さが０になると重力の中心方向成分が中心外向きとなり、これと張力とがつり合うことで糸がたるむことはないが、点Ｏより高い位置では重力の中心方向成分が中心内向きとなり、速さが０になるまえに糸がたるんでしまい、放物線運動となる。したがって糸がたるむことなく小球が運動を続けるときの角度θの最大値は、点Ｏと同じ高さで速度が０となるときなので、力学的エネルギー保存則より、

$$\theta = \underline{\frac{\pi}{3}}$$

問６　点Ｃにおいて張力が０なので、円運動の向心力は重力の中心向き成分のみなので、運動方程式より

$$m\frac{{v_C}^2}{l} = mg\cos\alpha$$

$$\therefore\ \ v_C = \underline{\sqrt{gl\cos\alpha}}\cdots ①$$

問７　点Ｃから小球は斜方投射となり、点Ｃでの速さの水平成分は $v_C\cos\alpha$、垂直成分は $v_C\sin\alpha$である。ここで点Ｃから点Ｏに衝突するまでの時間を t とすると、水平方向は等速運動なので

$$t = \frac{l\sin\alpha}{v_C\cos\alpha}\quad\cdots ②$$

また、垂直方向について、点Ｏは点Ｃより $l\cos\alpha$ だけ下方なので

$$-l\cos\alpha = v_C\sin\alpha\cdot t - \frac{1}{2}gt^2\cdots ③$$

よって①、②を③に代入して整理すると

$$\tan\alpha = \underline{\sqrt{2}}$$

第２問

問１　交流回路において、抵抗を流れる電流と抵抗に加わる電圧は同位相であるが、コイルを流れる電流に対してコイルに加わる電圧は$\pi/2$だけ進む（コイルを流れる電流はコイルに加わる電圧に対して$\pi/2$だけ遅れる）。
正解は$\underline{ア}$

問２　コイルのリアクタンスは ωL、コンデンサーのリアクタンスは $\dfrac{1}{\omega C}$ で、それぞれ位相のずれを考慮して

$$V_R = \underline{RI_0 \sin \omega t}$$

$$V_L = \omega L I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \underline{\omega L I_0 \cos \omega t}$$

$$V_C = \frac{1}{\omega C} I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \underline{-\frac{1}{\omega C} I_0 \cos \omega t}$$

問３　問２より

$$V = V_R + V_L + V_C = I_0 \left\{R \sin \omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \cos \omega t\right\}$$

$$= I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \sin(\omega t + \alpha)$$

ここで α は三角関数の合成における

$\sin \alpha = \dfrac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$かつ$\cos \alpha = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$を満たす角度である。

したがって求めるV の最大値は

$$\underline{I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

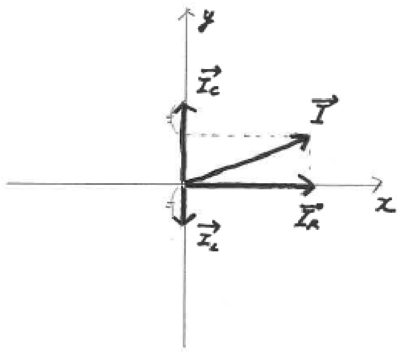
問４　問２と同様に

$$I_R = \underline{\frac{V_0}{R} \sin \omega t}$$

$$I_L = \frac{V_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}{\omega L} = \underline{-\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t}$$

$$I_C = \frac{V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{1}{\omega C}} = \underline{\omega C V_0 \cos \omega t}$$

問５　コイルを流れる電流は電圧に対して$\pi/2$だけ遅れ、コンデンサーを流れる電流は電圧に対して$\pi/2$だけ進むので



問６　問４より回路全体に流れる電流 I は

$$I = I_R + I_L + I_C = V_0\left\{\frac{1}{R}\sin\omega t + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\cos\omega t\right\}$$

$$= V_0\sqrt{R^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}\sin(\omega t + \beta) = \frac{V_0\sin(\omega t + \beta)}{\dfrac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}}$$

ここで β は三角関数の合成における

$\sin\beta = \dfrac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$かつ$\cos\beta = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$を満たす角度である。

したがって合成抵抗に相当するインピーダンスは

$$\underline{\frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}}$$

第３問

問１　状態 B と状態 A でボイルの法則より

$$p_0V_0 = p_A\frac{V_0}{2} \qquad \therefore p_A = \underline{2p_0}$$

問２　状態 B と状態 C でポアソンの法則より

$$p_0{V_0}^{\alpha} = p_C\left(\frac{V_0}{2}\right)^{\alpha} \qquad \therefore p_C = \underline{2^{\alpha}p_0}$$

問３　状態 B と状態 C でボイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{p_C\frac{V_0}{2}}{T_C} = \frac{2^{\alpha}p_0\frac{V_0}{2}}{T_C} \qquad \therefore T_C = \frac{2^{\alpha}}{2}T_0 = \frac{3.2}{2}T_0 = \underline{1.6T_0}$$

問４　気体の内部エネルギーは気体分子の運動エネルギーの合計なので、気体の内部エネルギーが最も大きい状態が、理想気体分子の２乗平均速度が最も速い状態である。ここで気体の内部エネルギーは気体の温度に比例するので、問３より状態 C

の温度が $1.6T_0$ で、状態 A と状態 B は共に温度が T_0 なので、状態 C の温度が最も高く、理想気体分子の２乗平均速度が最も速い。正解は状態 C

問５ B→C は断熱変化なので、熱の出入りはない。

A→B は等温変化なので内部エネルギー変化 ΔU は０で、体積が増加しているので外部に仕事をしている（$W > 0$）。

したがって熱力学の第一法則より $Q = \Delta U + W > 0$ なので、熱を吸収している。 熱を吸収する過程 A→B

C→A は定積変化なので、仕事をしていない（$W = 0$）。また体積一定で圧力が減少しているので内部エネルギーが減少する（$\Delta U < 0$）。したがって熱力学の第一法則より $Q = \Delta U + W < 0$ なので、熱を放出している。

熱を放出する過程 C→A

問６

（１） １サイクルで気体がされた正味の仕事は、１サイクルで気体が差し引きで放出した熱に等しいので

$$W = -Q_1 + Q_2$$

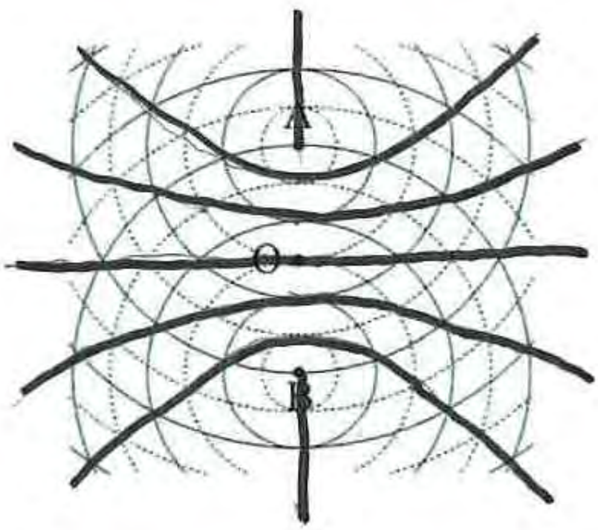
（２） 電源からの電力量が気体がされた仕事 W になるので、$W > 0$ となる必要がある。よって

$$W = -Q_1 + Q_2 > 0 \qquad \therefore \quad Q_2 > Q_1$$

第４問

問１ 中点 O は A、B からの距離が等しく、径路差が０なので強め合う点となる。

問２ A、B からの距離が等しい点を集めると２点 A、B の垂直２等分線であり、また２点 A、B からの距離の差が等しい点（距離の差が波長の整数倍となる点）を集めると双曲線となる。さらに直線 AB 上で、２点 A、B の外側においても距離の差が波長の３倍となり強め合うので下図。



問３　三平方の定理より

$$\Delta r = \underline{\sqrt{s^2 + 4d^2} - s}$$

問４　点 C は径路差０で２つの音源からの音が強め合っているが、点 D にマイクを移動させたときに一度弱めあって（極小）から再び点 D で強め合った（極大）ので、点 D における径路差 Δr は波長 λ である。したがって

$$V = f\lambda \qquad \therefore f = \frac{V}{\lambda} = \underline{\frac{V}{\Delta r}}$$

問５　点 D から点 A に近づけていくとき、一度極小になってから極大になった点で径路差が 2λ 、さらに極小になってから点 A で極大になったので、点 A における径路差は3λとなっている（ここで点 D から点 A に近づけていくと２点 A、B からの径路差が大きくなることに注意したい）。よって

$$2d = 3\lambda \qquad \therefore \lambda = \underline{\frac{2}{3}}d$$

問６　点 D での径路差が λ なので、問３の結果より

$$\sqrt{s^2 + 4d^2} - s = \lambda$$

この式に問５の結果を利用して、d を消去すると

$$\sqrt{s^2 + 9\lambda^2} - s = \lambda$$

$$\therefore \quad \sqrt{s^2 + 9\lambda^2} = s + \lambda$$

両辺２乗して

$$s^2 + 9\lambda^2 = s^2 + 2s\lambda + \lambda^2$$

$$\therefore \quad \lambda = \underline{\frac{1}{4}}s$$

※このとき直角三角形 ABD は、$\mathrm{AB} = 3\lambda$、$\mathrm{AD} = 4\lambda$、$\mathrm{BD} = 5\lambda$　の直角三角形となっている。