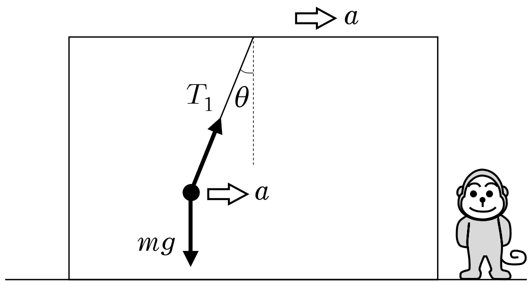
〔Ⅰ〕

問１

(1) 箱の外にいる人が観測した場合，質点は水平右向きに加速度 a の等加速度運動をしている。



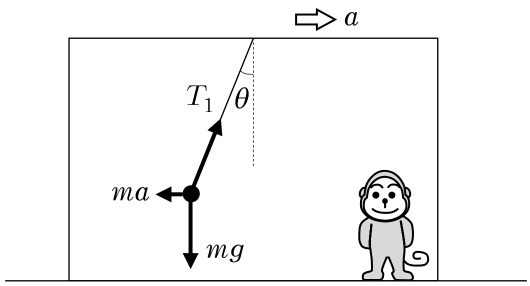
質点の垂直方向の力のつり合いの式は

$$\underline{T_1\cos\theta = mg} \quad \cdots\cdots①$$

質点の水平方向の運動方程式は

$$\underline{ma = T_1\sin\theta} \quad \cdots\cdots②$$

(2) 箱の中にいる人が観測した場合，質点には水平左向きの慣性力 ma がはたらく。



質点の垂直方向の力のつり合いの式は

$$\underline{T_1\cos\theta = mg}$$

質点の水平方向の力のつり合いの式は

$$\underline{ma = T_1\sin\theta}$$

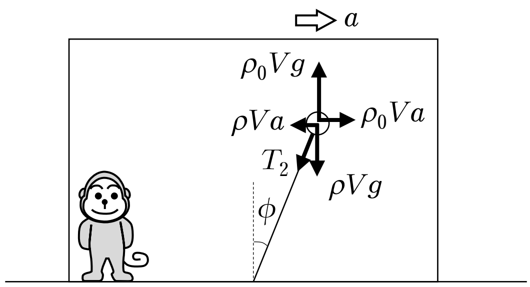
(3) (1) (2) での式は全く同じなので，どちらを用いてもよい。

①②より

$$\frac{ma}{mg} = \frac{T_1\sin\theta}{T_1\cos\theta} \qquad \therefore \quad \tan\theta = \underline{\frac{a}{g}}$$

問２

(1) 風船にはたらく重力の大きさは ρVg，慣性力の大きさは ρVa である。また重力と慣性力に対しての浮力の大きさがそれぞれ $\rho_0 Vg$，$\rho_0 Va$ である。



風船の垂直方向の力のつり合いの式は

$$\underline{\rho_0 Vg = \rho Vg + T_2\cos\phi} \quad \cdots\cdots③$$

風船の水平方向の力のつり合いの式は

$$\underline{\rho_0 Va = \rho Va + T_2\sin\phi} \quad \cdots\cdots④$$

(2) ④より

$$T_2\sin\phi = (\rho_0 - \rho)Va \quad \cdots\cdots④'$$

③より

$$T_2\cos\phi = (\rho_0 - \rho)Vg \quad \cdots\cdots③'$$

③′④′より

$$\frac{T_2\sin\phi}{T_2\cos\phi} = \frac{(\rho_0 - \rho)Va}{(\rho_0 - \rho)Vg} \qquad \therefore \quad \tan\phi = \underline{\frac{a}{g}}$$

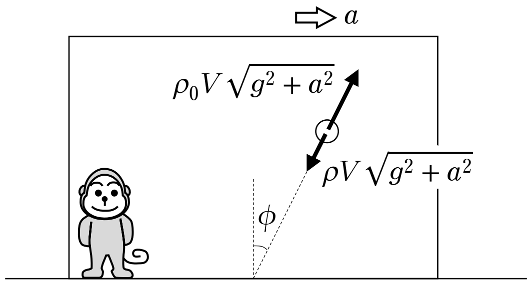
(3) ③′と④′の両辺を 2 乗して足すと

$$T_2{}^2\left(\sin^2\phi + \cos^2\phi\right) = \{(\rho_0 - \rho)V\}^2\left(g^2 + a^2\right)$$

風船が浮くことから，$\rho_0 > \rho$ であるから

$$T_2 = \underline{(\rho_0 - \rho)V\sqrt{g^2 + a^2}}$$

(4)　重力と慣性力の合力と，浮力(合力)は右図のようになる。



糸を切断した後の風船は，鉛直線から進行方向に対して ϕ の角をなす方向に上昇するため，風船が空気から受ける抵抗力の向きはその反対向きである。よって終端速度 v_1 になっているときの力のつりあいの式から

$$\rho_0 V\sqrt{g^2+a^2}=\rho V\sqrt{g^2+a^2}+kv_1$$

$$\therefore\quad v_1=\underline{\frac{(\rho_0-\rho)V\sqrt{g^2+a^2}}{k}}$$

なお，重力と慣性力，浮力については糸の有無に関わらず同じで，かつ張力 T_2 と抵抗力 kv_1 の向きが同じなので，$T_2=kv_1$ である。

〔Ⅱ〕

問１　A→B は定圧変化なので，絶対温度は体積に比例する。

$$T_\mathrm{B}=T_0\times\frac{aV_0}{V_0}=\underline{aT_0}$$

問２　A→B は定圧変化なので，定圧モル比熱 C_P を用いて

$$Q_1=1\times C_P\times(T_\mathrm{B}-T_0)=\underline{(a-1)C_PT_0}$$

問３　気体定数を R，絶対温度を T とすると，理想気体の状態方程式から

$$PV=1RT\qquad\therefore\quad P=\frac{RT}{V}$$

断熱過程において「$PV^\gamma=$一定」が成立するので，

$$\frac{RT}{V}\times V^\gamma=\text{一定}$$

よって R も一定であることから，「$TV^{\gamma-1}=$一定」が成立する。

B→C において

$$T_0(aV_0)^{\gamma-1}=T_\mathrm{C}(bV_0)^{\gamma-1}\qquad\therefore\quad T_\mathrm{C}=\underline{a^\gamma b^{1-\gamma}T_0}$$

D→A において

$$T_\mathrm{D}(bV_0)^{\gamma-1}=T_0V_0{}^{\gamma-1}\qquad\therefore\quad T_\mathrm{D}=\underline{b^{1-\gamma}T_0}$$

問４　C→D は定積変化なので，定積モル比熱 C_V を用いて

$$Q_3=1\times C_V\times(T_\mathrm{D}-T_\mathrm{C})=\underline{(1-a^\gamma)b^{1-\gamma}C_VT_0}$$

問５　C→D は定積変化で圧力が下がることから放熱過程である。すなわち $Q_3<0$ である。

よって熱効率 e は

$$e=1+\frac{Q_3}{Q_1}$$

問２と問４の答えを代入して

$$e=1+\frac{(1-a^\gamma)b^{1-\gamma}C_VT_0}{(a-1)C_PT_0}=1+\frac{(1-a^\gamma)b^{1-\gamma}C_VT_0}{(a-1)C_PT_0}=\underline{1+\frac{(1-a^\gamma)b^{1-\gamma}}{(a-1)\gamma}}\qquad\left(\because\quad\gamma=\frac{C_P}{C_V}\right)$$

問６　問５の答えに与えられた数値を代入して

$$e=1+\frac{(1-2^{1.4})4^{1-1.4}}{(2-1)\times1.4}\fallingdotseq1+\frac{(1-2.6)\times4}{1.4\times7.0}\fallingdotseq0.347\fallingdotseq\underline{0.3}$$

〔Ⅲ〕

問１　$U_1 = \dfrac{{Q_\mathrm{a}}^2}{2C} + \dfrac{{Q_\mathrm{b}}^2}{2\times 2C} = \underline{\dfrac{2{Q_\mathrm{a}}^2 + {Q_\mathrm{b}}^2}{4C}}$

問２　スイッチを閉じる直前コンデンサー a，b 電圧はそれぞれ $\dfrac{Q_\mathrm{a}}{C}$，$\dfrac{Q_\mathrm{b}}{2C}$ である。$Q_\mathrm{a} > Q_\mathrm{b}$ であるから $\dfrac{Q_\mathrm{a}}{C} > \dfrac{Q_\mathrm{b}}{2C}$ である。したがって，スイッチを閉じた瞬間の抵抗を通る正電荷移動向きは <u>(ア)</u>

スイッチを閉じて十分時間たったときの，コンデンサーa，b に蓄えられている電荷をそれぞれ Q_a'，Q_b' とすると，電気量保存則より

$Q_\mathrm{a}' + Q_\mathrm{b}' = Q_\mathrm{a} + Q_\mathrm{b}$　……①

コンデンサーa，b の電圧が等しくなっているので

$\dfrac{Q_\mathrm{a}'}{C} = \dfrac{Q_\mathrm{b}'}{2C}$　……②

①②より

$Q_\mathrm{a}' = \dfrac{Q_\mathrm{a} + Q_\mathrm{b}}{3}$　，　$Q_\mathrm{b}' = \dfrac{2(Q_\mathrm{a} + Q_\mathrm{b})}{3}$

抵抗を通った電荷の総量は $Q_\mathrm{a} - Q_\mathrm{a}'$ であるから

$Q = Q_\mathrm{a} - Q_\mathrm{a}' = \underline{\dfrac{2Q_\mathrm{a} - Q_\mathrm{b}}{3}}$

問３　$U_2 = \dfrac{{Q_\mathrm{a}'}^2}{2C} + \dfrac{{Q_\mathrm{b}'}^2}{2\times 2C} = \underline{\dfrac{(Q_\mathrm{a} + Q_\mathrm{b})^2}{6C}}$

【別解】　十分に時間が経過するとコンデンサーa，b は並列となる。並列接続されたコンデンサーに電荷 $Q_\mathrm{a}' + Q_\mathrm{b}'$ が蓄えられている状態に等しいので

$$U_2 = \frac{(Q_\mathrm{a}' + Q_\mathrm{b}')^2}{2\times(C + 2C)} = \underline{\frac{(Q_\mathrm{a} + Q_\mathrm{b})^2}{6C}}$$

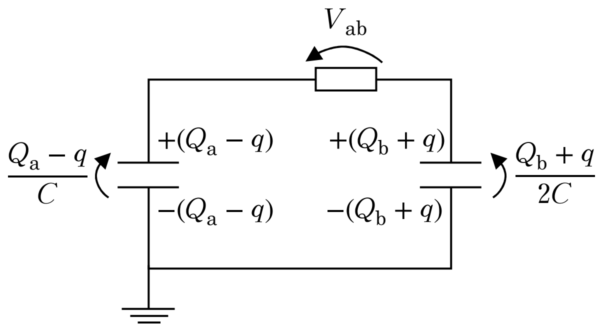
問４　抵抗で生じたジュール熱は，静電エネルギー変化から

$$U_1 - U_2 = \frac{2{Q_\mathrm{a}}^2 + {Q_\mathrm{b}}^2}{4C} - \frac{(Q_\mathrm{a} + Q_\mathrm{b})^2}{6C} = \underline{\frac{(2Q_\mathrm{a} - Q_\mathrm{b})^2}{12C}}$$

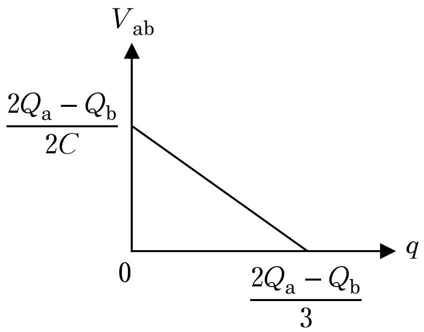
問５　キルヒホッフの第２法則より

$$\frac{Q_\mathrm{a} - q}{C} = V_\mathrm{ab} + \frac{Q_\mathrm{b} + q}{2C}$$

$$\therefore\quad V_\mathrm{ab} = \underline{\frac{2Q_\mathrm{a} - Q_\mathrm{b} - 3q}{2C}}$$



問６　$V_\mathrm{ab} = -\dfrac{3}{2C}q + \dfrac{2Q_\mathrm{a} - Q_\mathrm{b}}{2C}$



問７　抵抗内の電位差による電界が抵抗内の電荷にした仕事は，問６で求めたグラフにおいて，縦軸と横軸とで囲まれた部分の面積に等しく，これが求めるジュール熱なので

$$\frac{1}{2}\times\frac{2Q_{\mathrm{a}}-Q_{\mathrm{b}}}{2C}\times\frac{2Q_{\mathrm{a}}-Q_{\mathrm{b}}}{3}=\underline{\frac{(2Q_{\mathrm{a}}-Q_{\mathrm{b}})^2}{12C}}$$

〔Ⅳ〕

問１

（あ）　三平方の定理より，　$S_0S_2=\underline{\sqrt{R^2+d^2}}$

（い）　$\Delta R=S_0S_2-S_0S_1=\sqrt{R^2+d^2}-R=R\sqrt{1+\left(\frac{d}{R}\right)^2}$

$$\fallingdotseq R\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{d}{R}\right)^2\right\}-R=\underline{\frac{d^2}{2R}}$$

（う）　三平方の定理より，　$S_1P=\underline{\sqrt{L^2+x^2}}$

（え）　三平方の定理より，　$S_2P=\underline{\sqrt{L^2+(x+d)^2}}$

（お）　$\Delta L=S_2P-S_1P=\sqrt{L^2+(x+d)^2}-\sqrt{L^2+x^2}$

$$=L\sqrt{1+\left(\frac{x+d}{L}\right)^2}-L\sqrt{1+\left(\frac{x}{L}\right)^2}$$

$$\fallingdotseq L\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{x+d}{L}\right)^2\right\}-L\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{L}\right)^2\right\}=\underline{\frac{dx}{L}+\frac{d^2}{2L}}$$

（か）　$(S_0S_2+S_2P)-(S_0S_1+S_1P)=\Delta R+\Delta L=\underline{\frac{dx}{L}+\frac{d^2}{2L}+\frac{d^2}{2R}}$

（き）　明線条件は（か）より

$$\frac{dx}{L}+\frac{d^2}{2L}+\frac{d^2}{2R}=m\lambda$$

$$\therefore\quad \underline{x=m\frac{L\lambda}{d}-\frac{d(R+L)}{2R}}$$

（く）　$m=0$ で $x=x_0$ なので，（き）より

$$x_0=\underline{-\frac{d(R+L)}{2R}}$$

問２

（け）　S_0 から S_1 に向かう経路のうち，空気中の経路長は $R-W$ であり，薄膜中の経路長は W で光路長は nW なので，求める光路長は

$$R-W+nW=\underline{R+(n-1)W}$$

（こ）　薄膜がないときと比較して，S_0S_1 間の光路長が $(n-1)W$ だけ長くなるので，明線条件は

$$\underline{\frac{dx}{L}+\frac{d^2}{2L}+\frac{d^2}{2R}-(n-1)W=m\lambda}$$

（さ）　$m=0$ で $x=x_0{}'$ なので，（こ）より

$$\frac{dx_0{}'}{L}+\frac{d^2}{2L}+\frac{d^2}{2R}-(n-1)W=0$$

$$\therefore\quad x_0{}'=\underline{-\frac{d(R+L)}{2R}+\frac{(n-1)LW}{d}}$$

（し）　$x_0{}'=0$ として

$$-\frac{d(R+L)}{2R}+\frac{(n-1)LW}{d}=0$$

$$\therefore\quad n=\underline{1+\frac{d^2(R+L)}{2RLW}}$$