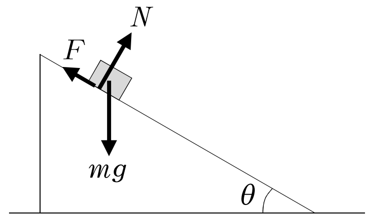
〔Ⅰ〕

問１　小物体が台から受ける垂直抗力を N，静止摩擦力を F とする。



斜面に平行な方向の力のつりあいより

$F = mg\sin\theta$　……①

斜面に垂直な方向の力のつりあいより

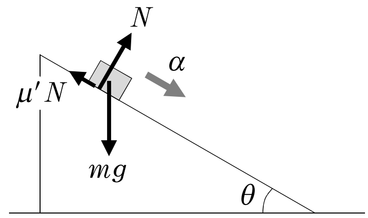
$N = mg\cos\theta$　……②

滑り出す条件は，静止摩擦力が最大静止摩擦力を超えることなので，

$F > \mu N$　……③

①②③より，$mg\sin\theta > \mu mg\cos\theta$　　$\therefore\ \ \underline{\mu < \tan\theta}$

問２　斜面と平行な方向の運動方程式は



$\underline{m\alpha = mg\sin\theta - \mu' N}$　……④

斜面に垂直な方向の力のつりあいの式は

$\underline{N = mg\cos\theta}$　……⑤

問３　④⑤より

$\alpha = g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)$　……⑥

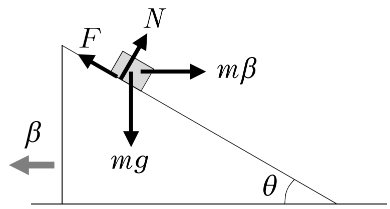
斜面に沿った移動距離は $\dfrac{h}{\sin\theta}$ なので，等加速度運動の公式から

$v^2 - 0^2 = 2\alpha \times \dfrac{h}{\sin\theta}$　……⑦

⑥⑦より，$v^2 = \dfrac{2(\sin\theta - \mu'\cos\theta)}{\sin\theta}$　　$\therefore\ \ \underline{v = \sqrt{2gh\left(1 - \dfrac{\mu'}{\tan\theta}\right)}}$

問４　小物体が台から受ける垂直抗力を N，静止摩擦力を F とする。また，

台上の観測者から見ると，小物体には水平右向きに慣性力 $m\beta$ がはたらく。



台上の観測者から見た小物体の斜面に平行な方向の力のつりあいより

$F = m\beta\cos\theta + mg\sin\theta$　……⑧

台上の観測者から見た小物体の斜面に垂直な方向の力のつりあいより

$N + m\beta\sin\theta = mg\cos\theta$

よって　$N = m(g\cos\theta - \beta\sin\theta)$　……⑨

滑り出す条件は，静止摩擦力が最大静止摩擦力を超えることなので，

$F > \mu_0 N$　……⑩

⑧⑨⑩より，$m\beta\cos\theta + mg\sin\theta > \mu_0 m(g\cos\theta - \beta\sin\theta)$　　$\therefore\ \ \beta > \dfrac{\mu_0\cos\theta - \sin\theta}{\mu_0\sin\theta + \cos\theta}g$

したがって　$\underline{\beta_{min} = \dfrac{\mu_0\cos\theta - \sin\theta}{\mu_0\sin\theta + \cos\theta}g}$

問５　小物体が台から離れない条件は $N > 0$ なので，⑨より

$g\cos\theta - \beta\sin\theta > 0$　　$\therefore\ \ \beta < \dfrac{g}{\tan\theta}$

したがって　$\underline{\beta_{max} = \dfrac{g}{\tan\theta}}$

問６(1)　小物体の斜面に平行な方向の運動方程式は

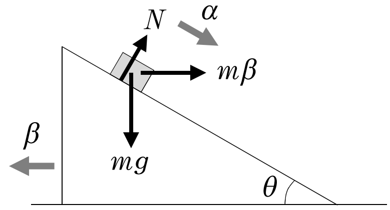
$$m\alpha = m\beta\cos\theta + mg\sin\theta \quad \cdots\cdots ⑪$$

(2)　小物体の斜面に垂直な方向の力のつりあいの式は

$$N + m\beta\sin\theta = mg\cos\theta \quad \cdots\cdots ⑫$$

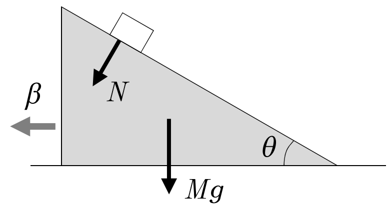
(3)　台の水平方向の運動方程式は

$$M\beta = N\sin\theta \quad \cdots\cdots ⑬$$



問７　⑫⑬より　$\beta = \dfrac{m\sin\theta\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}g$　……⑭

⑪⑭より　$\alpha = \dfrac{(M+m)\sin\theta}{M + m\sin^2\theta}g$



〔Ⅱ〕

問１

ア　$V\varDelta t$

イ　$v\varDelta t$

ウ　時間 $\varDelta t$ の間に音源が出した $f\varDelta t$ 個の波は，距離 $V\varDelta t - v\varDelta t$ の中にあるので，求める波長 λ_1 は

$$\lambda_1 = \frac{V\varDelta t - v\varDelta t}{f\varDelta t} = \frac{V-v}{f} \quad \cdots\cdots ①$$

エ　求める振動数を f_1 とする。音波の速さは V なので，波の基本式より

$$V = f_1\lambda \quad \cdots\cdots ②$$

①②より　$f_1 = \dfrac{V}{V-v}f$

【別解】ドップラー効果の公式から

$$f_1 = \frac{V}{V-v}f$$

オ　$V+u$

カ　音源は動かないので，波の波長 λ_2 は波の基本式から $\lambda_2 = \dfrac{V}{f}$ である。

よって，求める観測者の聞く振動数を f_2 とすると，波の基本式より

$$V + u = f_2\lambda_2 \qquad \therefore \quad f_2 = \frac{V+v}{V}f$$

【別解】ドップラー効果の公式から

$$f_2 = \frac{V+v}{V}f$$

キ　ドップラー効果の公式から

$$f_A = \frac{V+u}{V-v}f$$

ク　壁で聞く振動数を f' とすると，ドップラー効果の公式から

$$f' = \frac{V}{V+v}f$$

f' を音源として，ドップラー効果の公式から

$$f_B = \frac{V+u}{V}f' = \frac{V+u}{V+v}f$$

A　三角関数の加法定理から，

$$\sin A+\sin B=2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

よって　$F_A(t)+F_B(t)=F_0\{\sin(2\pi f_A t)+\sin(2\pi f_B t)\}$

$$=2F_0\sin\left\{\frac{2\pi(f_A+f_B)t}{2}\right\}\cos\left\{\frac{2\pi(f_A-f_B)t}{2}\right\}\qquad\therefore\quad \underline{\text{(b)}}$$

B　うなりの振動数は f_A-f_B　　$\therefore$　$\underline{\text{(h)}}$

問２

(a)　t_1[s] 間の加熱で気体が得た熱量は Wt_1[J] である。求めるモル比熱を C [J/(mol･K)] とすると

$$Wt_1=nC(T_1-T_0)\qquad\therefore\quad C=\frac{Wt_1}{n(T_1-T_0)}\ \text{[J/(mol·K)]}\qquad \underline{\text{(チ)}}$$

(b)　t_2[s] 間の加熱で気体が得た熱量は Wt_2[J] である。求める蒸発熱を Q [J/mol] とすると

$$Wt_2=nQ\qquad\therefore\quad Q=\frac{Wt_2}{n}\ \text{[J/mol]}\qquad \underline{\text{(キ)}}$$

(c)　状態(C)における気体の圧力を P_C [N/m^2] とする。ピストンにはたらく力のつりあいより

$$P_\mathrm{C}S=P_0S+mg\qquad\therefore\quad P_\mathrm{C}=P_0+\frac{mg}{S}\ [\mathrm{N/m^2}]$$

よって求める高さを H_C [m] とすると，状態(C)での状態方程式より

$$P_\mathrm{C}SH_\mathrm{C}=nRT_1\qquad\therefore\quad H_\mathrm{C}=\frac{nRT_1}{P_\mathrm{C}S}=\frac{nRT_1}{P_0S+mg}\ \text{[m]}\qquad \underline{\text{(オ)}}$$

(d)　状態(B)でのピストンにはたらく力のつりあいの式は，状態(C)のときと同じになるので，状態(B)から(C)は圧力 P_C [N/m^2] の定圧変化である。よって求める仕事は

$$\begin{aligned}&P_\mathrm{C}S(H_\mathrm{C}-h)\\&=\left(P_0+\frac{mg}{S}\right)S\left(\frac{nRT_1}{P_0S+mg}-h\right)\\&=nRT_1-(P_0S+mg)h\ \text{[J]}\qquad \underline{\text{(シ)}}\end{aligned}$$

(e)　t_3[s] 間の加熱で気体が得た熱量は Wt_3[J] である。よって

$$Wt_3=nC_p(T_2-T_1)\qquad\therefore\quad C_p=\frac{Wt_3}{n(T_2-T_1)}\ \text{[J/(mol·K)]}\qquad \underline{\text{(ナ)}}$$

(f)　状態(D)でのピストンにはたらく力のつりあいの式は，状態(B)や(C)のときと同じになるので，状態(C)から(D)も圧力 P_C [N/m^2] の定圧変化であり，気体の体積は絶対温度に比例する。よって，状態(D)で容器底面からピストン底面までの高さを H_D [m] とすると，

$$SH_\mathrm{D}=SH_\mathrm{C}\times\frac{T_2}{T_1}\qquad\therefore\quad H_\mathrm{D}=\frac{nRT_2}{P_0S+mg}\ \text{[m]}$$

ゆえに，状態(C)から(D)で気体が外部にした仕事 W_CD[J] は

$$\begin{aligned}W_\mathrm{CD}&=P_\mathrm{C}S(H_\mathrm{D}-H_\mathrm{C})\\&=\left(P_0+\frac{mg}{S}\right)S\left(\frac{nRT_2}{P_0S+mg}-\frac{nRT_1}{P_0S+mg}\right)\\&=nR(T_2-T_1)\ \text{[J]}\end{aligned}$$

したがって，求める内部エネルギー増加を $\varDelta U$ [J]とすると，熱力学第一法則より

$$Wt_3=\varDelta U+W_\mathrm{CD}$$

$$\therefore\quad \varDelta U=Wt_3-W_\mathrm{CD}=Wt_3-nR(T_2-T_1)\ \text{[J]}\qquad \underline{\text{(ス)}}$$

【参考】

定積モル比熱 C_v [J/(mol・K)] を用いて，$\Delta U = nC_v(T_2 - T_1)$ と表せるので

$$Wt_3 - nR(T_2 - T_1) = nC_v(T_2 - T_1)$$

$$\therefore \quad C_v + R = \frac{Wt_3}{n(T_2 - T_1)}$$

よって(e)から，$C_p = C_v + R$ の関係が成り立つことがわかる。

(g)　状態(E)でのピストンにはたらく力のつりあいより，気体の圧力は大気圧に等しく P_0 [N/m^2]　(イ)

(h)　状態(E)ではピストンにはたらく重力が気体を押し込まなくなるので，気体の体積は大きくなる。ヒーターの加熱を止め，更に断熱材で囲まれているので，状態(D)から(E)で気体は外部との熱量のやりとりがない。したがって，気体は断熱膨張をするので，内部エネルギーの変化が負であり，温度が低下する。(ネ)

〔Ⅲ〕

問１　キルヒホッフの第２法則より

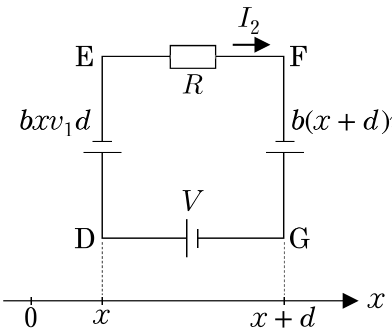
$$V - RI_1 = 0 \qquad \therefore \quad I_1 = \frac{V}{R}$$

問２　辺 DE の位置での磁束密度は 0 なので，辺 DE を流れる電流が磁界からの力を受けない。辺 EF と辺 DG を流れる電流が磁界から受ける力は同じ大きさで反対向きなので相殺される。ゆえに，辺 GF を流れる電流が磁界から受ける力のみを考えればよい。辺 FG の位置での磁束密度の大きさは bd なので，辺 FG を流れる電流が磁界から受ける力の大きさは，

$$I_1 bdd = \frac{Vbd^2}{R}$$

その力の向きは，フレミングの左手の法則より　x 軸の負

問３　辺 FG の位置での磁束密度の大きさは $b(x+d)$ なので，辺 GF に生じる誘導起電力の大きさは $b(x+d)v_1 d$ であり，その向きは F から G の方向である。また，辺 DE の位置での磁束密度の大きさは bx なので，辺 DE に生じる誘導起電力の大きさは $bxv_1 d$ であり，その向きは E から D の方向である。したがって，キルヒホッフの第２法則より



$$V - bxv_1 d - RI_2 + b(x+d)v_1 d = 0 \qquad \therefore \quad I_2 = \frac{V + bd^2 v_1}{R}$$

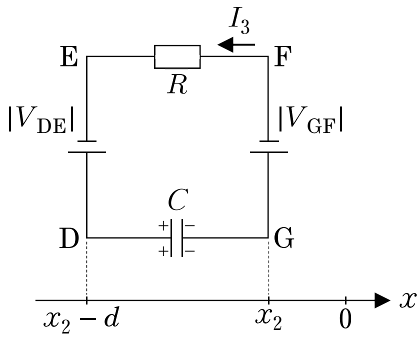
問４　問２と同様に，辺 EF と辺 DG を流れる電流が磁界から受ける力は同じ大きさで反対向きなので相殺される。辺 FG を流れる電流が磁界から受ける力の大きさは $I_2 b(x+d)d$ であり，その向きは x 軸の負方向である。辺 DE を流れる電流が磁界から受ける力の大きさは $I_2 bxd$ であり，その向きは x 軸の正方向である。よって，求める力の大きさは

$$I_2 b(x+d)d - I_2 bxd$$
$$= \frac{\left(V + bd^2 v_1\right)bd^2}{R}$$

$I_2 b(x+d)d > I_2 bxd$ なので，力の向きは　x 軸の負

問５　斜面に平行な方向の力のつりあいより

$$\frac{\left(V + bd^2 v_1\right)bd^2}{R} = mg\sin\theta \qquad \therefore \quad v_1 = \frac{mgR\sin\theta - Vbd^2}{b^2 d^4}$$



問６(1)　辺 DE の位置での磁束密度の大きさは $b(x_2-d)$ なので，

$|V_{\mathrm{DE}}|=|b(x_2-d)v_2d|=\underline{b(d-x_2)v_2d}$

辺 GF の位置での磁束密度の大きさは bx_2 なので，

$|V_{\mathrm{GF}}|=|bx_2v_2d|=\underline{-bx_2v_2d}$

(2)(i) 辺 DE に生じる誘導起電力は E から D の方向であり，辺 GF に生じる誘導起電力は F から G の方向である。また任意の $x_2(<0)$ の位置で $b(d-x_2)v_2d>-bx_2v_2d$ なので，電流の向きは辺 DE に生じる誘導起電力の方向と一致する。したがって，D 側の極板は正に帯電する。$\underline{\text{(c)}}$

(ii) キルヒホッフの第２法則より

$$b(d-x_2)v_2d-\frac{Q_1}{C}-R|I_3|-(-bx_2v_2d)=0 \qquad \therefore \quad |I_3|=\underline{\frac{Cbd^2v_2-Q_1}{CR}}$$